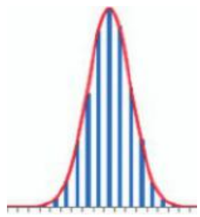
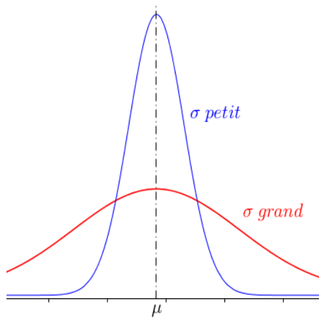
<u>Chapitre 8 : Loi normale</u>

<u>Objectifs :</u>
**Connaitre la représentation graphique d'une loi normale*
** Connaitre et savoir utiliser ses propriétés*
**Savoir calculer une probabilité dans le cas d'une loi normale.*

<u>Remarque:</u> Le célèbre mathématicien allemand, *Carl Friedrich Gauss* (1777 ; 1855) conçoit une loi statistique continue, appelée loi normale ou loi de Laplace-Gauss, dont la répartition est représentée par la fameuse courbe en cloche. L'adjectif « normale » s'explique par le fait que cette loi décrit et modélise des situations statistiques aléatoires concrètes et naturelles. Prenons par exemple une population de 1000 personnes dont la taille moyenne est de 170 cm. En traçant l'histogramme des tailles, on obtient une courbe en cloche dont la population se concentre essentiellement autour de la moyenne.



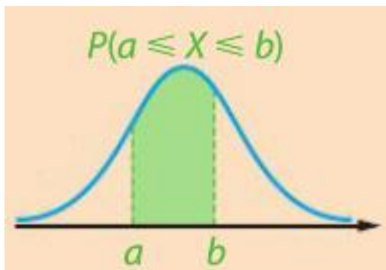
<u>Définitions :</u> Le diagramme en bâtons d'un loi binomiale de paramètre n et p, lorsque n est très grand et que p n'est pas « proche » de 0 et de 1, peut être approché par une courbe en cloche. Cette courbe est celle d'une fonction, appelée densité de probabilité, qui définit une loi de probabilité appelée loi normale. Son espérance $\mu = np$, égale à celle de la loi binomiale.



Son écart-type $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$. La courbe représentative de la fonction densité de la loi normale est une *courbe en cloche* symétrique par rapport à la droite d'équation $x = \mu$.

<u>Remarques :</u> La courbe est d'autant plus "resserrée" autour de son axe de symétrie que l'écart-type σ est petit.

<u>Propriétés:</u>
La probabilité $P(a \leq X \leq b)$que la variable aléatoire X prenne des valeurs dans l'intervalle [a ;b] est égale à l'aire du domaine compris entre la courbe de la loi normale, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives x=a et x=b.



<u>Propriétés:</u>

i) L'aire sous la courbe d'une loi normale est égale à 1
ii) $P(X \leq \mu) = P(X \geq \mu) = 0{,}5$
iii) $P(X \geq a) = 1 - P(X \leq a)$.
iv) $P(a < X < b) = P(X < b) - P(X < a)$
v) $P(X < b) = P(X \leq b)$
vi) $P(a < X) = P(a \leq X)$

Propriétés :

a) $P(\mu-\sigma \leq X \leq \mu+\sigma) \approx$ 0,68.

b) $P(\mu-2\sigma \leq X \leq \mu+2\sigma) \approx$ 0,95.

c) $P(\mu-3\sigma \leq X \leq \mu+3\sigma) \approx$ 0,997.

Calculatrice:

Soit X une variable aléatoire suivant une loi normale d'espérance m et d'écart type s.

Pour les exemples, on prendra m=40 et s=3

TEXAS	CASIO
Calcul de $P(a \leq X \leq b)$ Dans 2nde distrib var utiliser 2:normalcdf((ou normalFrép) puis indiquer a,b,m,s. Exemple : *Calcul de $P(35 \leq X \leq 42)$* normalcdf(35,42,40,3) d'où : normalcdf(35,42▸ .6997172026	*Calcul de $P(a \leq X \leq b)$* Dans OPTN STAT DIST NORM Ncd puis indiquer a,b,s,m. Exemple : *Calcul de $P(35 \leq X \leq 42)$* NormCD(35,42,3,40) 0.6997171102

Calcul de $P(a \leq X)$: la seule valeur de b correcte dans ce cas devrait être $+\infty$. Pour la calculatrice, on prendra 10^{99} et on appliquera la méthode précédente.

Calcul de $P(X \leq b)$: la seule valeur de a correcte dans ce cas devrait être $-\infty$. Pour la calculatrice, on prendra -10^{99} et on appliquera la méthode précédente.

Exercices : *Indice TSTMG 2012 Bordas*

1,2,3,4,5,7,8,9,10,11,12,13,16,17,18p183+20,23,24,28,30,32,33,34p185+41,42,44,48p187+51, 56,57,59,63p189+sujet A,B,C,Dp197+sujetGp199

Exercices supplémentaires : Indice TSTMG 2012 Bordas

p180,181+6,14,15p183+19,21,22,25,26,27,29,31,35,36,37,38,39,40p185+43,45,46,47p187+49, 50,52,53,54,55,58,60,61,62,64à72p189+p190,191,194,195+SujetE et Fp198+81,82,83p199